e1760

1/ Déterminer le reste de la division de 3^{670} par 11.

2/ Déterminer le reste de la division de 3^{670} par 61.

3/ En déduire le reste de la division de 3^{671} par 671.

e4311

Démontrer que, pour tout entier naturel n, l'entier $N = n(n+1)(2n+1)$ est divisible par 3.

e5419

On considère un entier naturel n.

On cherche à déterminer les valeurs de n pour lesquelles $67^n - 1$ est divisible par 15 .

1/ Ecrire la division euclidienne de 67 par 15.

2/ Déterminer les restes de la division euclidienne des puissances de 7 par 15 .

3/ Conclure.

e1199

1 / Etudier les congruences des puissances de 5 dans la division par 13.

2 / Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que $5^{2n} + 5^n \equiv 0\ [13]$.

e1207

1 / Discuter suivant n entier naturel, le reste de la division euclidienne de 3^n par 7.

2 / En déduire le reste de la division euclidienne de 1998^{128} par 7.

e1475

1/ Déterminer en fonction de n, entier naturel, les restes possibles de la division de 4^n par 7 .

2/ En déduire, suivant n, entier naturel, tous les restes de la division de $N = 851^{3n} + 851^{2n} + 851^n + 2$ par 7.

e2388

1) Soit n un entier naturel. Montrer les deux équivalences suivantes :

a) $n^2 \equiv 0[4] \Leftrightarrow n$ pair.

b) $n^2 \equiv 1[4] \Leftrightarrow n$ impair.

2/ En déduire que si a, b, c sont trois entiers naturels vérifiant $a^2 + b^2 = c^2$ (triplet pythagoricien) , alors au moins un des trois entiers est pair.

e3556

En examinant les congruences modulo 4 , montrer que l'équation $7x^2 - 4y^2 = 1$, d'inconnues x et y entiers naturels, n'admet pas de solution.

e2364

Montrer que, pour tous entiers naturels a et b : a et b sont multiples de 7 si et seulement si $a^2 + b^2$ est multiple de 7.

e5386

1/ Démontrer par récurrence que pour tout n entier naturel, 6 divise $n^3 + 5n$.

2/ Retrouver directement le résultat à l'aide de critères de divisibilité.

e1768

Démontrer que $3^{2n} - 2^n$ est divisible par 7 pour tout entier naturel n non nul.

a) Par récurrence

b) En étudiant le cycle des restes de l'expression dans la division par 7.